
JFM 57.1432.01

Bernstein, S.

Sur une classe de polynomes orthogonaux. (French)

Communications Kharkow 4 (1930), 79-93 (1930).

In einer früheren Arbeit (Journ. de Math. (9) 9 (1930), 127-177, JFM 56.0947.*-949) ist Verf. auf eine asymptotische Darstellung für gewisse Polynome $\bar{R}_n(x)$ geführt worden, nämlich

$$\bar{R}_n(x) \sim \left(\frac{2}{\pi t(x)}\right)^{\frac{1}{2}} \cos(n\theta+\psi), \text{ wo } \theta = \arccos x,\ \psi = \frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{+1} \frac{\log t(z) - \log t(x)}{z-x}\sqrt{\frac{1-x^2}{1-z^2}}\,dz.$$

Er weist nun nach, daß der rechtsstehende Ausdruck in dieser Darstellung dann und nur dann ein Polynom $S_n(x)$ ist, wenn $t(x)$ die Gestalt

$$\frac{1-x^2}{t_1(x)}$$

hat, wobei $t_1(x)$ ein in $-1 \leqq x \leqq +1$ positives Polynom ist. Diese $S_n(x)$ genügen von einem gewissen n ab der Rekursionsformel

$$S_{n+1}(x) = 2xS_n(x) - S_{n-1}(x)$$

und den Orthogonalitätsbeziehungen

$$\int_{-1}^{+1} \frac{S_n(x)x^k t(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = 0 \quad (k < n)$$

und machen die Ausdrücke

$$P_n\sqrt{t(x)} \quad \text{und} \quad \int_{-1}^{+1} \left|\frac{P_n(x)}{\sqrt{t_1(x)}}\right|^p \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad (p \geqq 2)$$

($P_n(x)$ ein beliebiges Polynom des Grades n) zu Minima. (Vgl. auch die Note des Verf. in C. R. 190 (1930), 237-240; JFM 56.0949.*.)

Hahn, Wolfgang; Dr. (Berlin)